

DOI: 10.16285/j.rsm.2021.0918

基于抗转模型的颗粒材料宏-细观关系研究

王一伟, 刘 润, 孙若晗, 许泽伟

(天津大学 水利工程仿真与安全国家重点实验室, 天津 300072)

摘 要: 接触模型的宏-细观参数标定是成功使用离散元方法的关键。在离散元的接触模型中线性接触模型与抗转线性接触模型均可用于模拟砂性土的力学行为, 其中抗转线性接触模型在模拟密砂的剪胀性方面具备优势。采用抗转线性接触模型对室内密实砂土三轴试验进行了离散元模拟, 验证了抗转线性接触模型的可靠性; 进而系统分析了颗粒间摩擦系数、刚度比和抗转动系数等细观参数与砂土峰值内摩擦角、残余内摩擦角、峰值剪胀角等宏观参数的相关关系并进行了验证; 揭示了偏应力作用下, 细观参数对密实砂土试样内部剪切带宽度与倾角变化的影响规律, 提出了考虑剪胀角的剪切带倾角经验公式。通过研究建立了抗转线性接触模型宏-细观参数的量化关系并给出了标定参数的具体流程图, 提出了快速标定宏观参数的方法并应用实例进行了验证, 为采用抗转线性接触模型精准模拟密实砂土的力学特性提供依据。

关 键 词: 密实砂土; 离散元模拟; 抗转模型; 宏-细观参数; 剪切带; 剪胀角

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2022) 04-0945-13

Macroscopic and mesoscopic correlation of granular materials based on rolling resistance linear contact model

WANG Yi-wei, LIU Run, SUN Ruo-han, XU Ze-wei

(State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: Macro-meso parameter calibration of the contact model is the key to successful use of the discrete element method. Linear contact model and rolling resistance linear contact model in the discrete element contact model can be used to simulate the mechanical behavior of sand, and the rolling resistance linear contact model has advantages in simulating the dilatancy of dense sand. Discrete element simulation is carried out for triaxial test of dense sand by using the rolling resistance linear contact model, which verifies the reliability of the rolling resistance linear contact model. Furthermore, the correlations between the meso-parameters such as inter-particle friction coefficient, stiffness ratio and rolling resistance coefficient and the macro-parameters such as peak internal friction angle, residual internal friction angle and peak angle of dilatancy of sand are systematically analyzed. The influence of meso-parameters on shear band width and inclination of dense sand under deviatoric stress is revealed. An empirical formula of shear band inclination angle considering dilatancy angle is proposed. Quantitative relationship between macro and meso parameters of rolling resistance linear contact model is established through research, which providing basis for precisely simulating mechanical characteristics of dense sand by using rolling resistance linear contact model. The flow chart of calibration is given. A method for fast calibration of macroscopic parameters is proposed and verified by an example.

Keywords: dense sand; DEM simulation; rolling resistance linear contact model; macro-meso parameters; shear band; dilation angle

1 引 言

离散元方法是由 Cundall^[1]最先提出的, 相对于有限元方法, 它克服了传统宏观材料连续性假设的局限, 使得岩土材料的研究可以深入到细观尺度。

利用离散元方法中模拟与室内试验相对应的直剪试验、双轴或三轴试验, 将细观模拟得到的宏观力学响应与室内试验得到的结果进行对比, 不断调整细观参数, 当模拟结果与室内试验的宏观力学响应吻合, 即认为模型中的细观参数可以反映土体的宏观

收稿日期: 2021-06-20

修回日期: 2021-12-12

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目 (No. 51825904)。

This work was supported by the Young Scholars of National Natural Science Foundation of China (51825904).

第一作者简介: 王一伟, 男, 1993 年生, 博士研究生, 主要从事海洋土力学研究方面的工作。E-mail: 1019205084@tju.edu.cn

通讯作者: 刘润, 女, 1974 年生, 博士, 教授, 主要从事海洋土力学方面的研究。E-mail: liurun@tju.edu.cn

力学性质, 这个过程称为细观参数的标定过程, 因此宏-细观参数的关系成为了离散元方法研究的重要方向。

目前颗粒材料宏-细观参数关系的研究成果可分为无黏性材料与黏性材料两大类。对于无黏性材料, 申志福等^[2]使用线性接触模型研究了密实试样与松散试样宏-细观参数的关系, 可知接触刚度对弹性模量有一定程度影响, 粒间摩擦系数对两种试样的内摩擦角有显著影响; 颜敬等^[3]采用正交试验方法研究了宏-细观参数关系, 利用人工神经网络实现了参数间的互演计算; 徐小敏等^[4]通过模拟三维排水三轴试验, 得到了泊松比与颗粒粒径以及刚度比的经验公式。对于黏性材料, 阿比尔的^[5]研究了平行黏结模型中宏-细观力学参数关系, 并提出了考虑参数间相互影响的经验公式; 詹永祥等^[6]使用接触黏结模型研究了黏性粗粒土的宏-细观参数关系, 颗粒接触黏结强度会影响材料剪切破坏的形态; 周博等^[7]研究了接触黏结模型宏-细观参数的关系, 并得到了细观参数与内摩擦角和黏聚力的拟合公式。在以上离散元模型宏-细观参数关系的研究中多采用线性接触模型, 该接触模型原理简单, 参数较少, 标定过程较简便。

对于无黏结材料, 线性接触模型可以模拟低内摩擦角材料的宏观特性, 但对于高内摩擦角的颗粒材料, 无法合理模拟。例如, 密实的砂土, 其峰值内摩擦角一般在 $30^{\circ} \sim 48^{\circ}$, 残余内摩擦角一般在 $26^{\circ} \sim 36^{\circ}$, 而线性接触模型得到的峰值内摩擦角一般小于 30° , 残余内摩擦角小于 26° , 出现失真现象。对于模拟高摩擦角散体材料, 主要有两个途径, 一是通过采用非圆形颗粒进行模拟, 即使用两个以上的颗粒组成 CLUMP 颗粒单元进行模拟; 二是采用抗转动线性接触模型对颗粒进行模拟, 崔蓬勃等^[8]采用抗转线性接触模型研究了非饱和土隧道土拱效应, 但并未具体分析抗转线性接触模型中宏细观参数之间的关系。采用非圆形颗粒确实可以更直接地模拟出真实砂土等高内摩擦角等特性, 但鉴于计算条件限制, 随着不规则颗粒模拟精度的增加, 所需颗粒数会成倍增加, 鉴于抗转线性接触模型可以表现出材料高内摩擦角的特性, 这里选取第 2 种方法进行离散元模拟。PFC 手册^[9]中的抗转线性接触模型是基于 Ai^[10]与 Wensrich^[11]等的研究建立的, 抗转模型在颗粒之间添加了力矩的作用, 可以有效地提高颗粒集合体的内摩擦角。目前对于抗转模型宏-细观参数关系的研究较少。

本文针对抗转动线性接触模型, 采用控制变量

法, 全面地研究了抗转线性接触模型中宏-细观参数的相关关系, 探讨了不同细观参数对试样破坏形式的影响。

2 抗转接触模型及模型验证

2.1 抗转线性接触模型

与线性模型不同, 抗转线性接触模型在粒间除法向与切向接触力之外, 添加了抗转接触力矩, 以抵抗颗粒之间的相对滚动, 如图 1 所示。

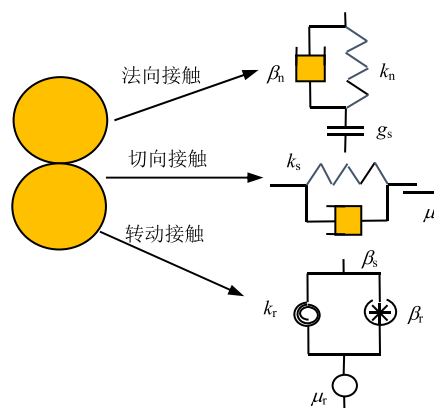


图 1 抗转线性接触模型^[8]

Fig.1 The rolling resistance linear contact model^[8]

由图 1 可知, 抗转线性接触模型的主要细观参数如下:

(1) 摩擦系数 μ , 表征颗粒间的摩擦特性。

(2) 颗粒间的等效模量 E^* 和刚度比 κ^* , 公式为

$$E^* = k_n L / A \quad (1)$$

$$\kappa^* = k_n / k_s \quad (2)$$

式中: k_n 为颗粒间接触法向刚度; k_s 为颗粒间接触切向刚度, 对于二维问题, $A=2r$, r 为接触两颗粒半径的最小值; L 为接触两颗粒半径之和。

(3) 颗粒之间的抗转动系数 μ_r , 公式为

$$\mu_r = M^* / \bar{R} F_n^1 \quad (3)$$

式中: M^* 为极限抗转力矩; F_n^1 为达到极限抗转力矩时颗粒之间的法向力; $\bar{R}$ 为相邻两个颗粒之间的有效半径:

$$\frac{1}{\bar{R}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (4)$$

式中: R_1 和 R_2 分别为相互接触的两颗粒半径。

综上所述, 抗转线性接触模型的细观参数包括摩擦系数 μ 、等效模量 E^* 、刚度比 κ^* 、抗转动系数 μ_r 。

2.2 双轴剪切试验的模拟

数值模拟试验中采用的剪切盒尺寸为 $80 \text{ mm} \times$

40 mm。颗粒形状为圆形，考虑到计算机计算效率问题并且为了更好地反映实际工况，此次模拟采用的平均粒径 d_{50} 为真实平均粒径的 2 倍^[12]，即 0.2 mm。初始孔隙率为 0.1，生成的颗粒数为 26 594 个，模拟级配曲线和颗粒初始状态如图 2、3 所示，其中，为方便区分，4 层代表分层成样中不同的层数，模拟颗粒均采用圆盘颗粒。

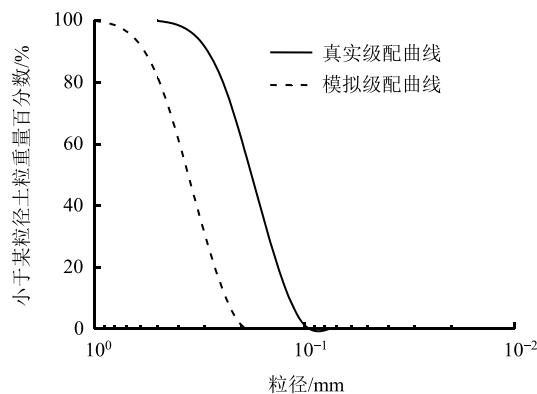


图 2 级配曲线
Fig.2 Grain size distribution of soil

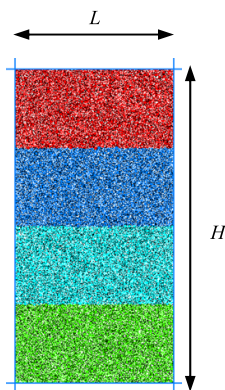


图 3 离散元模型图
Fig.3 Model of discrete element method (DEM)

常规三轴试验中主应力与最小主应力相等，其本质是二维试验，相关研究^[13]表明，在围压小于 0.5 MPa 时，模型维数对于计算结果的影响较小。在围压较小时，外界颗粒对颗粒集合体的输入功较小，不足以提供足够的能量使得颗粒发生比较大的位置变化，因此颗粒位置变化基本集中于平面内，此时三维情况可以简化为二维平面问题。本文室内试验围压为 50、150 kPa 以及 300 kPa，属于低围压范畴，因此采用二维数值模拟较为合理。双轴试验的模拟主要由成样、固结以及剪切三部分组成。模型成样采用分层成样法，在剪切盒内先生成一定数目的颗粒，之后移动上部墙体，对颗粒进行压缩，当试样达到指定高度并平衡之后，删除上部墙体，生成新的顶部墙体，以此类推，最后形成目标孔隙

率的试样，考虑到计算时间，此次模拟采用分层层数为 4 层。成样平衡后分别在 50、150 kPa 以及 300 kPa 围压下完成固结，在伺服控制围压的同时，施加 1%/s 速率进行剪切，该应变率符合准静态加载条件，完成一次剪切所需时间为 24 h。剪切过程中，记录试样的轴向应力、轴向应变、体应变的变化。成样过程中的参数取值如表 1 所示。

表 1 成样参数 Table 1 Parameters of DEM simulations	
参数	取值
$E^*/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	1.0×10^8
颗粒与墙体之间摩擦系数 μ_{w-p}	0
颗粒与颗粒之间摩擦系数 μ_{p-p}	0.2
颗粒密度 $(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	2 000
κ^*	1.5
n	0.1
墙体法向刚度 $k_n/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	1.5×10^9
墙体切向刚度 $k_s/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	1.0×10^9

2.3 密砂三轴试验验证

三轴试验土样重度为 19.7 kN/m³，密实度为 0.75。描述土样宏观剪切特性的参数主要有 4 个，即轴应变达到 50%时的割线模量 E_{50} 、峰值内摩擦角 $\varphi_{\max}$ 、残余内摩擦角 φ_{crit} 和峰值剪胀角 $\psi_{\max}$ 。通过多次试算标定出与宏观参数相对应的细观参数如表 2 所示。

表 2 标定参数 Table 2 Calibration of parameters				
$E^*/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	n	μ_t	μ	κ^*
3.2×10^8	0.08	1.0	0.38	1.0

模拟所得应力-应变曲线和三轴试验结果如图 4 所示。

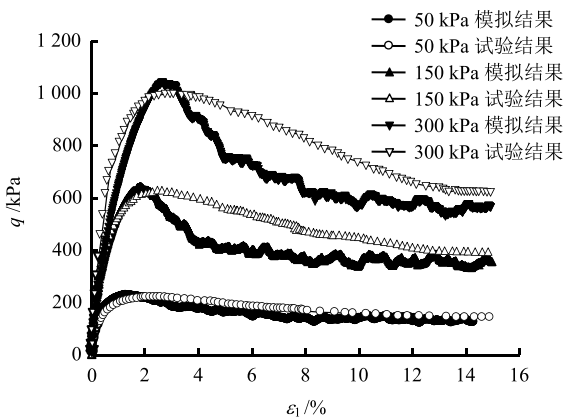


图 4 密砂应力-应变曲线
Fig.4 Deviatoric stress vs. strain curves of dense sand

由图 4 可知，采用前述抗转线性接触模型和表

2 中的细观参数可以很好地反映真实砂土的应力-应变特性。

图 5 为三轴试验最终破坏形态与数值模拟得到的剪切带对比,可以看出模拟得到的剪切带与试验结果比较吻合。

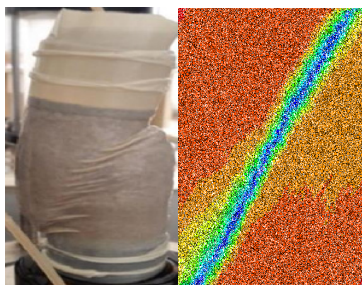


图 5 破坏形态对比

Fig.5 Comparison of failure patterns

综上所述,室内试验和数值模拟获得的应力-应变曲线较吻合,得到土样的破坏形态一致,验证了离散元分析方法和抗转线性接触模型参数取值的可靠性。

3 宏-细观参数相关关系

3.1 模拟方案

模拟主要研究细观参数与宏观参数的关系。DEM 模型细观参数与宏观参数的关系分两个部分进行。

一是两者的数量关系,细观参数包括等效模量 E^* 、颗粒间摩擦系数 μ 、颗粒间抗转系数 μ_r 、颗粒的刚度比 κ^* ;宏观参数包括 E_{50} 、峰值内摩擦角 $\varphi_{\max}$ 、残余内摩擦角 φ_{crit} 、峰值剪胀角 $\psi_{\max}$ 。本次模拟以 E_c 为 100 MPa、 μ 为 0.5、 μ_r 为 0.5、 κ^* 为 1.5 时的离散元模型为基准,通过控制变量法首先研究各单一细观参数对宏观参数的影响,之后讨论多个细观参数对单一宏观参数的影响,其中 E_c 为 $E^*=100$ MPa 时代表参数。

二是细观参数对宏观破坏形态的影响,包括对颗粒集合体形成的剪切带宽度 w 和剪切带倾角 θ 的影响。模拟方案表如表 3 所示。

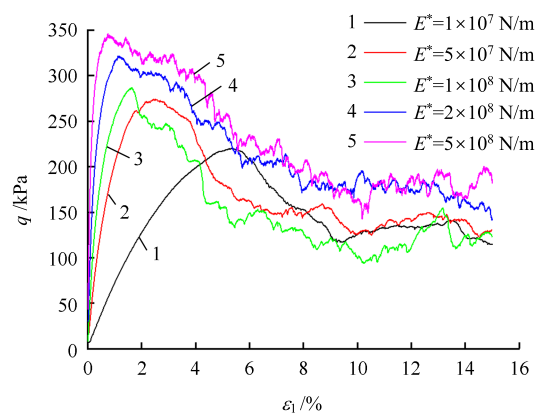
表 3 模拟工况

Table 3 Programms of DEM simulations

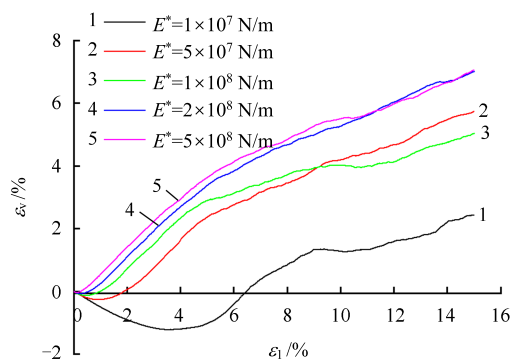
计算工况	关系	参数	取值
1 [#]	宏-细观参数数量关系	$E^*/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$1 \times 10^7, 5 \times 10^7, 1 \times 10^8, 2 \times 10^8, 5 \times 10^8$
		μ	0.1, 0.5, 0.7, 1.0
		κ^*	0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 5.0
		μ_r	0.2, 0.5, 0.7, 1.0
2 [#]	细观参数对剪切带形态影响	$E^*/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$1 \times 10^7, 1 \times 10^8$
		μ	0.1, 0.5, 1.0
		μ_r	0.2, 0.5, 1.0

3.2 E^* 对 E_{50} 、 $\varphi_{\max}$ 、 φ_{crit} 、 $\psi_{\max}$ 的影响

仅改变颗粒的有效模量 E^* ,得到双轴模拟试验结果如图 6 所示。



(a) q - ε_1 曲线



(b) ε_1 - ε_v 曲线

图 6 不同 E^* 下双轴试验结果

Fig.6 Curves of biaxial test with different E^*

由图 6 可知,对于密实试样,应力-应变曲线为应变软化型,随着等效模量的增加,峰值强度均有增加,增加的幅度较小; E_{50} 随着等效模量的增大而不断增大。由图可以看出,随着等效模量的增大,试样的最大体应变随之增大。

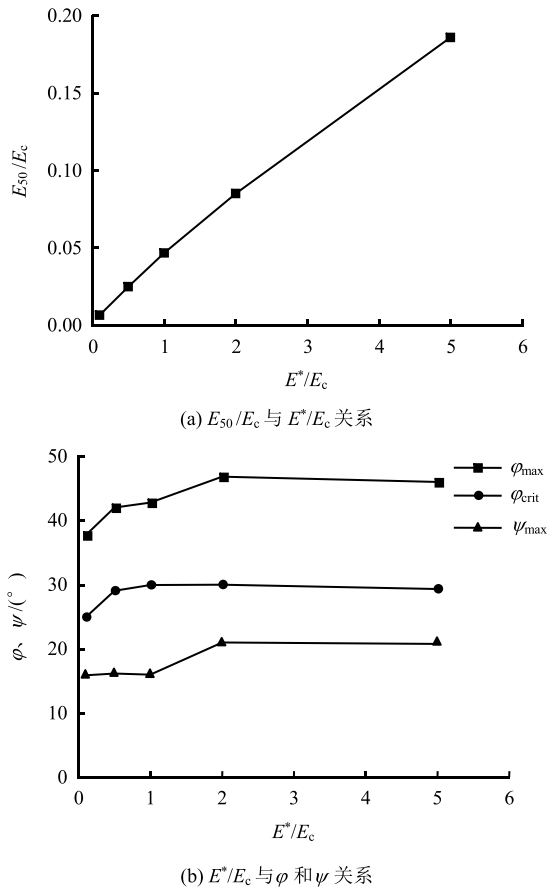
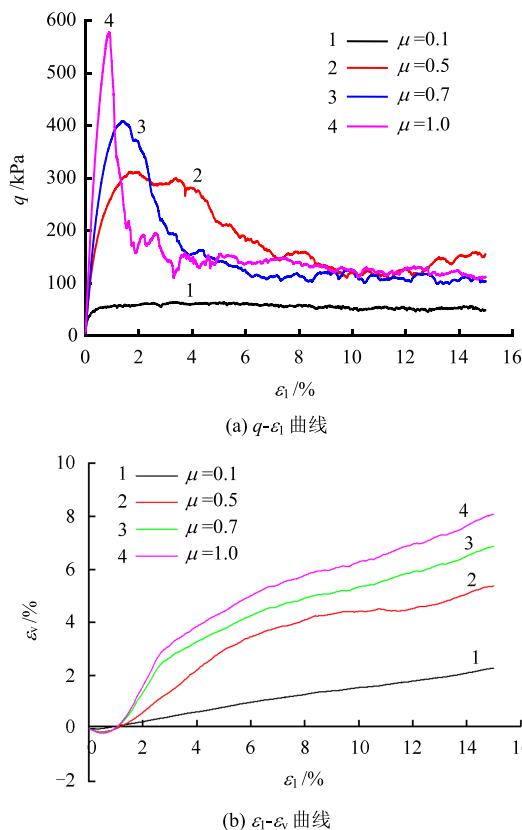
图 7 为 E_{50} 、 $\varphi_{\max}$ 、 φ_{crit} 、 $\psi_{\max}$ 随着 E^* 变化的曲线。

随着等效模量的增加,峰值内摩擦角与残余内摩擦角均呈现先增大后趋于稳定的趋势,峰值摩擦角与残余摩擦角的变化趋势很相近,最大剪胀角也呈现出先增大后稳定的趋势;随着等效模量的增加, E_{50} 呈线性增大,两者关系式为

$$E_{50}/E_c = 0.362 E^*/E_c + 0.078 \quad (R^2 = 0.9969) \quad (5)$$

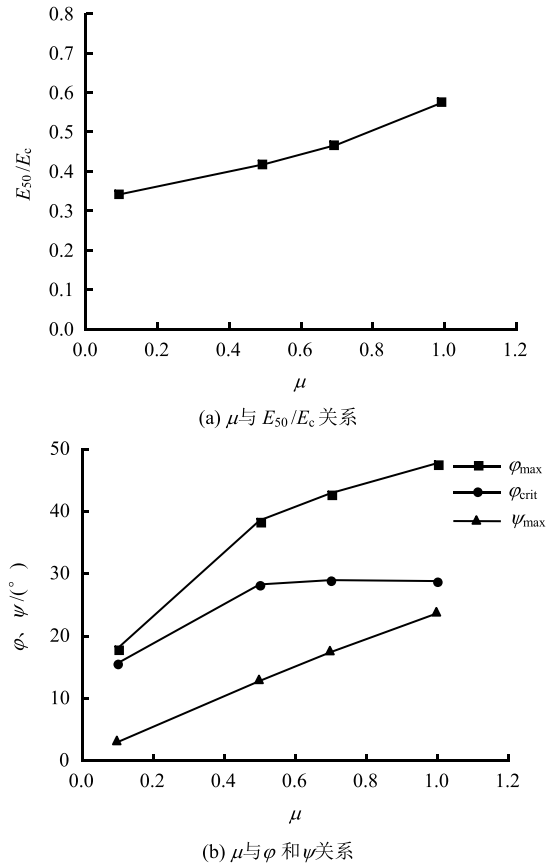
3.3 μ 对 E_{50} 、 $\varphi_{\max}$ 、 φ_{crit} 、 $\psi_{\max}$ 的影响

仅改变颗粒间摩擦系数 μ ,得到不同的双轴模拟试验结果如图 8 所示。

图7 E^* 对宏观参数的影响Fig.7 Effects of E^* on macro parameters图8 不同 μ 下双轴试验结果Fig.8 Curves of biaxial test with different μ

由图8可知,随着颗粒间摩擦系数的增大,应力-应变曲线均逐渐由应变硬化型向应变软化型过渡,峰值强度不断增大。随着摩擦系数的增大,最大体应变随之增大,反映出剪胀性不断增强的趋势。

图9为 E_{50} 、 $\varphi_{\max}$ 、 φ_{crit} 、 $\psi_{\max}$ 随着 μ 变化的曲线。

图9 μ 对宏观参数的影响Fig.9 Effects of μ on macro parameters

由图9可知,摩擦系数对于 E_{50} 的影响相比于有效模量对其影响较小,随着摩擦系数的增加, E_{50} 呈现逐渐增大的趋势,但增大的幅度较小。摩擦系数对峰值内摩擦角的影响较大,随着颗粒间摩擦系数的增大,峰值内摩擦角逐渐增大,残余内摩擦角先增大,在摩擦系数大于 0.5 之后趋于一定值,最大剪胀角随着摩擦系数的增大呈现线性增大的趋势。

由此可得摩擦系数与峰值内摩擦角关系式为

$$\varphi_{\max} = 12.855 \ln \mu + 47.603 (R^2 = 0.9999) \quad (6)$$

可得摩擦系数与最大剪胀角关系式为

$$\psi_{\max} = 23.036\mu + 0.9825 (R^2 = 0.9982) \quad (7)$$

3.4 μ_r 对 E_{50} 、 $\varphi_{\max}$ 、 φ_{crit} 、 $\psi_{\max}$ 的影响

仅改变颗粒的抗转动系数 μ_r , 得到双轴模拟试

验结果如图 10 所示。

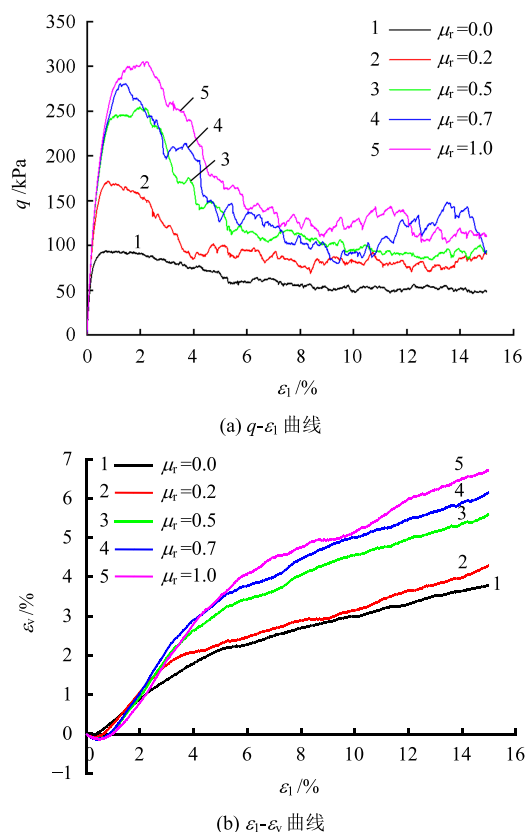


图 10 不同 μ_r 下双轴试验结果

Fig.10 Curves of biaxial test with different μ_r

由图 10 可知,随着抗转动系数的增大,试样的峰值强度与残余强度均不断增大。由体应变-轴应变曲线可以看出,随着抗转动系数的增大,试样的最大体应变随之增大,反映了试样剪胀性不断增大的趋势。

图 11 为 E_{50} 、 $\varphi_{\max}$ 、 φ_{crit} 、 $\psi_{\max}$ 随着 μ_r 变化的曲线。

由图 11 可知,随着抗转动系数的增大, E_{50} 变化很小。随着抗转动系数的增大,试样的峰值内摩擦角会随之增大,但增大的过程呈现逐渐变缓的趋势,残余内摩擦角的变化趋势与峰值内摩擦角的变化趋势类似,最大剪胀角有逐渐增大的趋势,但增大的趋势并不明显。抗转动系数与峰值内摩擦角和残余内摩擦角的关系为

$$\varphi_{\max} = 98.5 \ln(\mu_r + 3.62) - 95.1 (R^2 = 0.9786) \quad (8)$$

$$\varphi_{\text{crit}} = 55.63 - 38.40 e^{(-\mu_r/1.08)} (R^2 = 0.9250) \quad (9)$$

3.5 κ^* 对 E_{50} 、 ν 、 $\varphi_{\max}$ 、 φ_{crit} 、 $\psi_{\max}$ 的影响

模拟取刚度比分别为 0.5、1.0、1.5、2.0 和 5.0 进行研究。仅改变颗粒间刚度比 κ^* , 得到双轴模拟试验结果如图 12 所示。

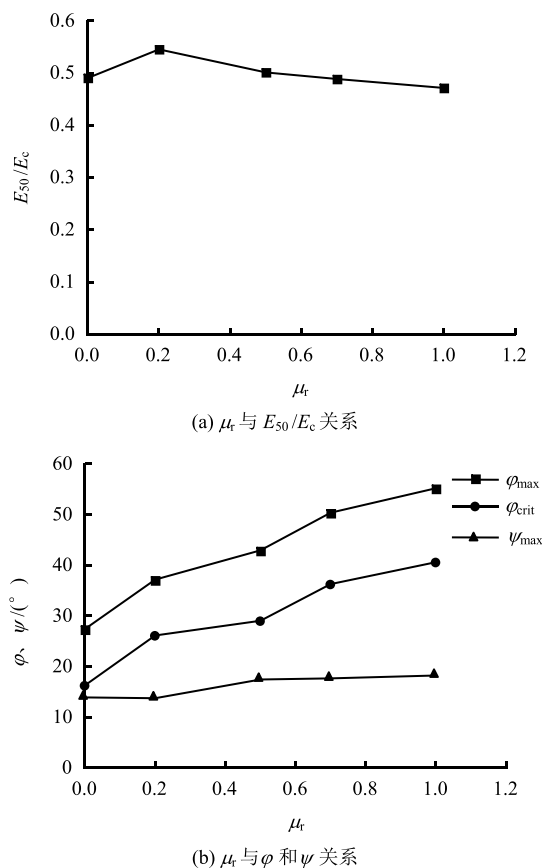


图 11 μ_r 对宏观参数的影响

Fig.11 Effects of μ_r on macro parameters

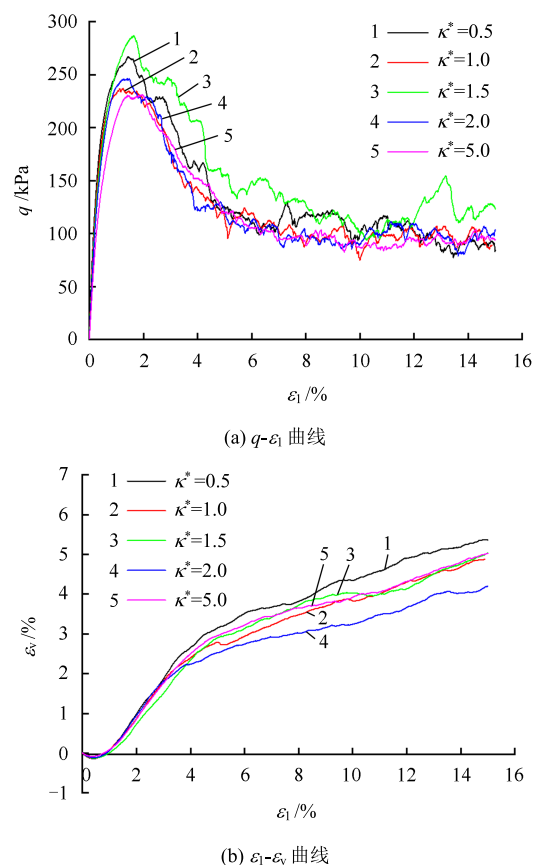
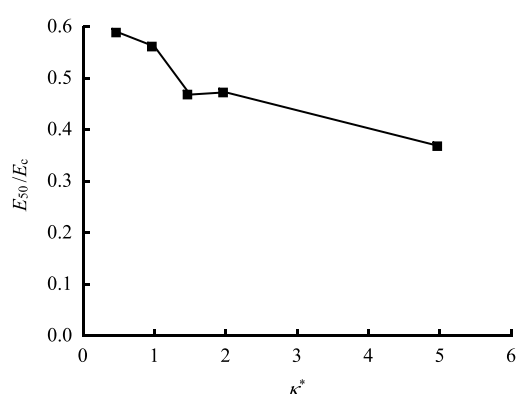


图 12 不同 κ^* 下双轴试验结果

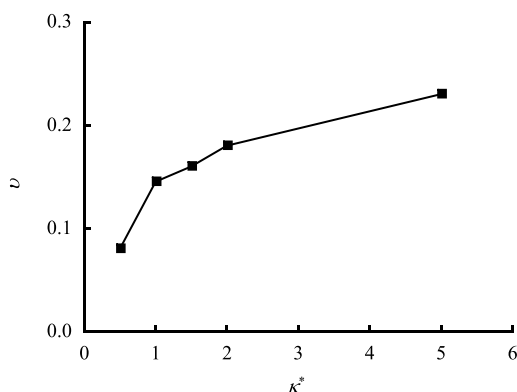
Fig.12 Curves of biaxial test with different κ^*

由图 12 可知,随着刚度比 κ^* 的增大,峰值强度整体上呈现逐渐减小的趋势,达到峰值强度时对应的剪应变也逐渐增大, E_{50} 不断减小,但减小的趋势并不明显。对于体变曲线,随着 κ^* 的增大,试样剪胀性有逐渐增大的趋势。

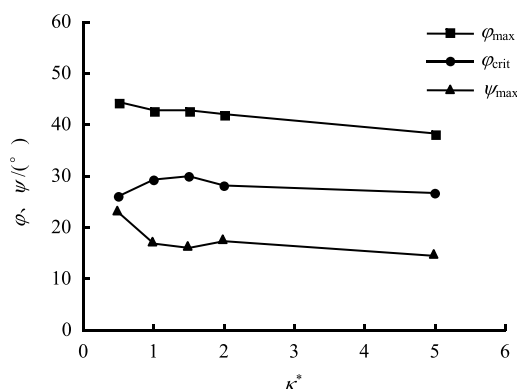
之前很多研究表明,颗粒刚度比会比较显著地影响泊松比,本小节补充了刚度比与泊松比的关系。图 13 为 E_{50} 、 ν 、 $\varphi_{\max}$ 、 φ_{crit} 、 $\psi_{\max}$ 随着 κ^* 变化的曲线。



(a) κ^* 与 E_{50}/E_c 关系



(b) κ^* 与 ν 关系



(c) κ^* 与 φ 和 ψ 关系

图 13 κ^* 对宏观参数的影响

Fig.13 Effects of κ^* on macro parameters

由图 13 可知,随着刚度比的增大,试样的 $\varphi_{\max}$ 呈现线性减小的趋势,但这种减小的趋势相比于摩

擦系数与抗转动系数对于摩擦角的影响可以忽略。

φ_{crit} 的变化不大,试样的 $\psi_{\max}$ 变化也并不明显, E_{50} 也随之不断减小,泊松比随之呈对数关系不断增大。由此可得,抗转线性接触模型中刚度比与 E_{50} 和 ν 的关系如下:

$$E_{50}/E_c = -0.11 \ln \kappa^* + 0.5317 (R^2 = 0.9449) \quad (10)$$

$$\nu = 0.0634 \ln \kappa^* + 0.1335 (R^2 = 0.9781) \quad (11)$$

以上为抗转线性接触模型中各单一细观参数对土体宏观参数的影响,初始弹性模量主要与有效模量和刚度比有关, $\varphi_{\max}$ 主要与抗转动系数、摩擦系数和刚度比有关, φ_{crit} 只与抗转动系数有关, $\psi_{\max}$ 的变化对摩擦系数改变最为敏感。由于各参数之间的相互作用,根据数值试验结果,采用多元函数拟合分析相关关系如下:

$$E_{50}/E_c = -0.12 \ln \kappa^* + 0.43 \left(\frac{E^*}{E_c} \right) + 0.075 (R^2 = 0.9834) \quad (12)$$

$$\varphi_{\max} = 100.5 \ln(1.5\mu\mu_r + 3.32) - 95.1 (R^2 = 0.9817) \quad (13)$$

为验证拟合公式的正确性与有效性,计算了不同等效模量与不同刚度比下的模拟值,得到模拟值与式 (12) 计算得到的预测值的对比如图 14 所示。

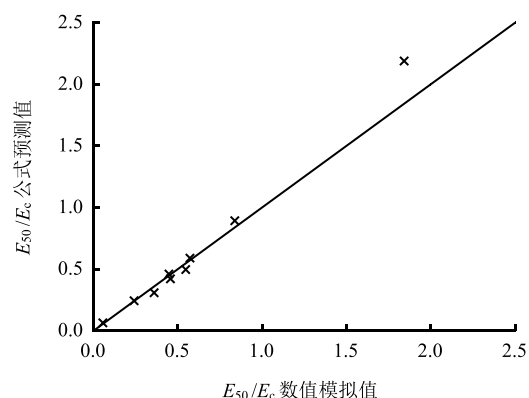
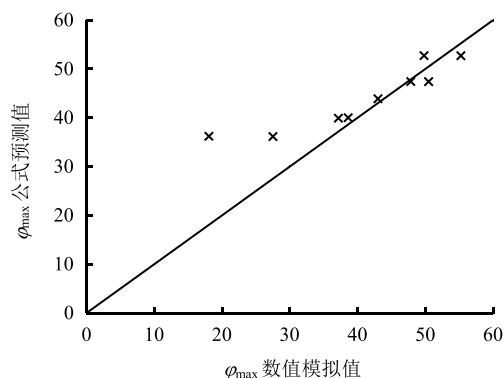


图 14 E_{50}/E_c 计算值与公式预测值对比图

Fig.14 Comparison between simulation and prediction of E_{50}/E_c

由图 14 可以看出,本次计算中模拟值与公式预测值所组成的点集大部分均在 $y=x$ 曲线上或者在该曲线附近很小范围内有小幅波动,证明了多元拟合公式 (12) 具有较高的准确性。

计算了不同摩擦系数下 $\varphi_{\max}$ 的模拟值,其模拟值与式 (13) 计算得到的预测值的对比如图 15 所示。

图 15 $\varphi_{\max}$ 计算值与公式预测值对比图Fig.15 Comparison between simulation and prediction of $\varphi_{\max}$

由图 15 可以看出,除了内摩擦角较小时部分散点,本次计算中模拟值与公式预测值所组成的点集大部分均在 $y=x$ 曲线上或者在该曲线附近小范围内有小幅波动,证明了多元拟合公式 (13) 具有较高的准确性。

综上所述,可以得到对于抗转动线性接触模型参数标定的一般流程如图 16 所示。

图 16 可以根据微观参数很好地确定宏观参数,使颗粒特性可以很好地反映真实土体的特性,继而进行之后的模拟工作。

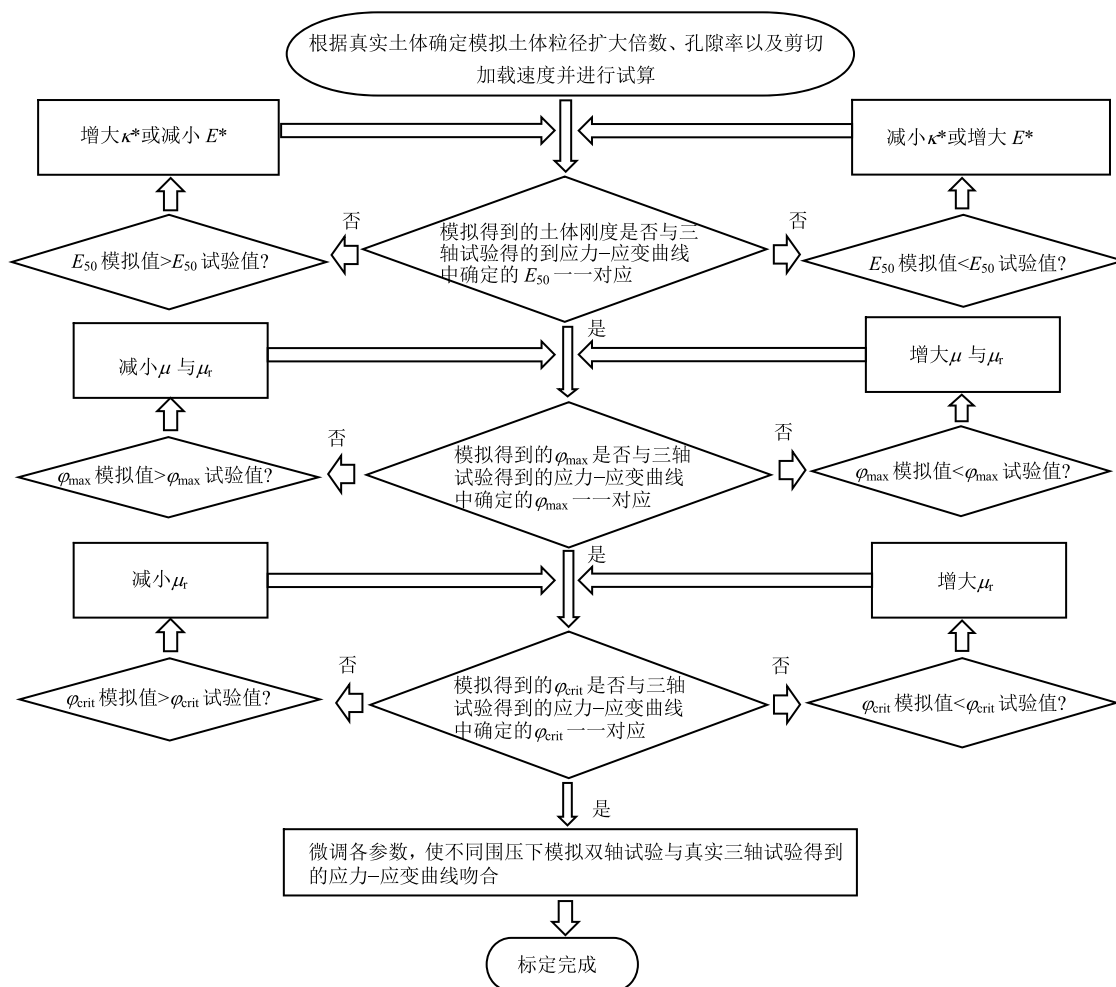


图 16 标定流程

Fig.16 Calibration flow chart

4 细观参数对剪切带的影响

通过初始、峰值与剪切完成 3 个不同阶段颗粒位移云图与接触力链图研究了不同 E^* 、 μ 、 μ_r 对剪切带倾角与剪切带宽度的影响。对于位移云图来说,由表 4 中图例所示,颜色越靠近红色代表颗粒位移越大,越靠近蓝色则证明剪切过程中位移越小,即可能出现应变集中化现象。接触力链图中,线条

越粗说明力链强度越高,反之则说明力链强度越低。

剪切带宽度的确定方法如下:剪切结束时,在试样高度范围内布置如图 17(a)中的一系列测量圆,得出高度范围内孔隙比分布图如图 17(b)所示,孔隙比突变的高度范围即为剪切带宽度 w 。剪切带的倾角确定方法如下:根据测量圆量测结果确定的剪切带边缘的两条平行直线如图 17(c)两条平行黑线所示,根据两条直线进行平移,使直线中心位于剪切

带中心，在剪切带中心画出与上述两条直线平行的直线，测量其与水平面的夹角，即为剪切带倾角 θ 。

4.1 E^* 对剪切带宽度与倾角的影响

表 4 为不同 E^* 对剪切带形态影响结果。由表 4 颗粒位移云图可以看出，随着等效模量的增加，试样发生应变局部化时对应的轴向应变减小了，也就

是说，模量越大，试样发生应变局部化的时间越早。不同 E^* 下，试样最终都会形成一条贯穿试样高度的斜向剪切带，剪切带形态差异不大，均为单一型剪切带。与颗粒位移云图对应，剪切带的中心位置形成了弱力链，强力链逐渐向试样剪切带的两端扩展。

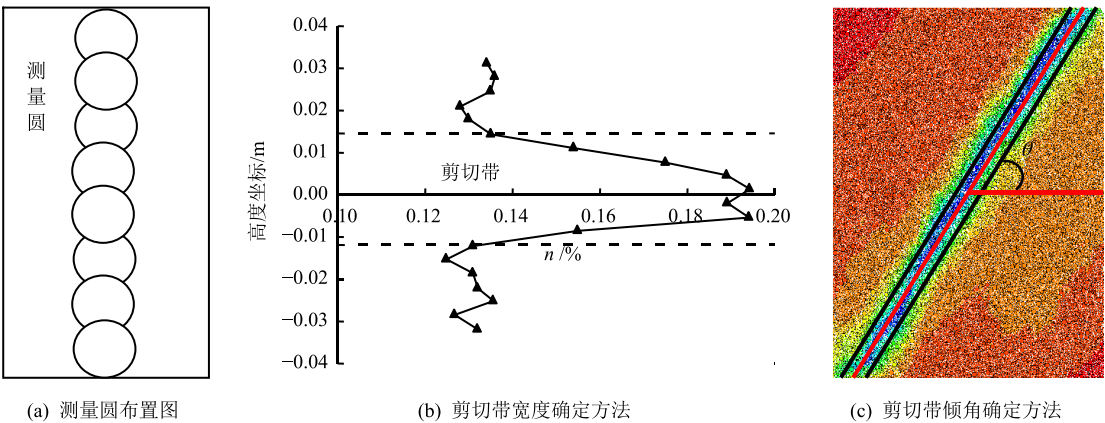


图 17 剪切带特性确定方法
Fig.17 The method to determine properties of shear band

表 4 E^* 对剪切带形态的影响
Table 4 Effects of E^* on shear band

阶段	$E^*=1\times10^7$ N/m		$E^*=1\times10^8$ N/m		$E^*=1\times10^7$ N/m		$E^*=1\times10^8$ N/m	
	位移云图	对应轴应变/%	位移云图	对应轴应变/%	力链图	对应轴应变/%	力链图	对应轴应变/%
初始		2.0		1.0		2.0		1.0
峰值		5.3		1.8		5.3		1.8
最终		15.0		15.0		15.0		15.0

由表 5 可知，随着 E^* 的增大，剪切带的宽度逐渐增大，剪切带倾角变化不明显。

表 5 E^* 对剪切带特征影响
Table 5 Effects of E^* on properties of shear band

$E^*/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	w/mm	$\theta/(\text{^\circ})$	剪切带形态
1×10^7	1.83	59	单一型
1×10^8	2.14	60	单一型

4.2 μ 对剪切带宽度与倾角的影响

表 6 为不同 μ 对剪切带影响结果。由表可以看出，不同摩擦系数下，试样剪切带的形式有很大不同。在 $\mu=0.1$ 时，并没有形成贯穿试样高度的剪切带，只是在试样中心处发生了应变局部化现象，并没有沿着一定的角度向两端扩展。出现这种现象的原因在于当 $\mu=0.1$ 时，粒间切向阻力较小，试样在

表 6 μ 对剪切带形态的影响
Table 6 Effects of μ on shear band

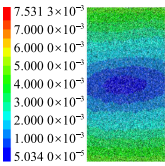
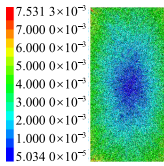
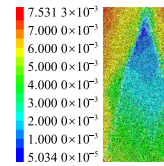
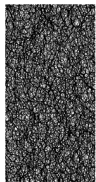
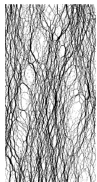
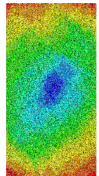
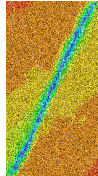
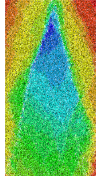
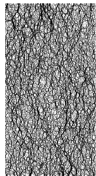
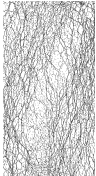
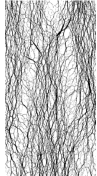
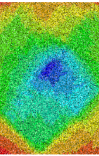
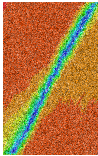
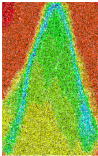
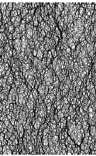
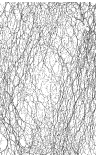
阶段	$\mu=0.1$		$\mu=0.5$		$\mu=1.0$		$\mu=0.1$		$\mu=0.5$		$\mu=1.0$	
	位移云图	轴应变 /%	位移云图	轴应变 /%	位移云图	轴应变 /%	力链图	轴应变 /%	力链图	轴应变 /%	力链图	轴应变 /%
初始		2.0		1.0		0.5		2.0		1.0		0.5
峰值		3.4		1.8		1.3		3.4		1.8		1.3
最终		15.0		15.0		15.0		15.0		15.0		15.0

表 7 μ 对剪切带特征影响
Table 7 Effects of μ on properties of shear band

μ	w/mm	$\theta/(^\circ)$	剪切带形态
0.1	—	—	无
0.5	2.14	59	单一型
1.0	1.03 和 0.93	73 和 70	倒 V 型

剪切过程中剪胀不明显,颗粒体位移场分布较均匀,由上下两侧向中间位移逐渐减小,且由于刚性墙的限制,剪切带不能自由发展,内部也未达到临界状态。从力链图中可得出相应结论,在剪切应变为 15% 时, $\mu=0.1$ 的工况下强弱力链分布较均匀;当 $\mu=0.5$

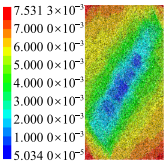
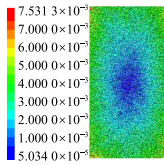
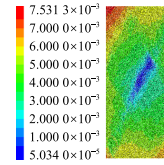
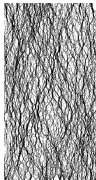
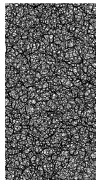
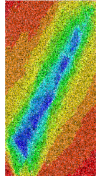
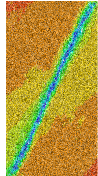
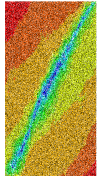
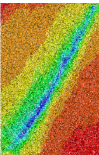
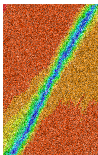
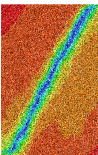
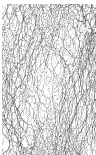
时,试样会形成一条高度方向贯穿试样高度的剪切带;当 $\mu=1.0$ 时,试样形成了一条倒 V 型的剪切带。摩擦系数对于剪切带的破坏形式有较大的影响。当 $\mu=0.1$ 时,接触力链中强弱力链分布较为均匀;当 $\mu=0.5$ 和 $\mu=1.0$ 时,剪切带内弱力链明显增多,强力链分布较少,主要承受外荷载的强力链主要分布于剪切带以外的范围。

4.3 μ_r 对剪切带宽度与倾角的影响

表 8 为不同 μ_r 对剪切带影响结果。

不同 μ_r 下,试样都会形成斜向的单一型剪切

表 8 μ_r 对剪切带形态的影响
Table 8 Effects of μ_r on shear band

阶段	$\mu_r=0.2$		$\mu_r=0.5$		$\mu_r=1.0$		$\mu_r=0.2$		$\mu_r=0.5$		$\mu_r=1.0$	
	位移云图	轴应变 /%	位移云图	轴应变 /%	位移云图	轴应变 /%	力链图	轴应变 /%	力链图	轴应变 /%	力链图	轴应变 /%
初始		0.40		1.0		1.0		0.40		1.0		1.0
峰值		0.78		1.8		2.1		0.78		1.8		2.1
最终		15.00		15.0		15.0		15.00		15.0		15.0

带。在 μ_r 较小时,剪切带范围并不会贯穿试样高度。不同 μ_r 下,力链的分布范围比较类似。在试样剪切带内,占据主导地位的是弱力链,强力链主要集中于剪切带以外,与剪切带形成的位置较吻合,即剪切带内部颗粒间接触较少,接触力链强度较小,剪切带之外则相反。不同 μ_r 下,力链的分布范围比较类似。在试样剪切带内,占据主导地位的是弱力链,强力链主要集中于剪切带以外,与剪切带形成的位置较吻合,即剪切带内部颗粒间接触较少,接触力链强度较小,剪切带之外则相反。

由表9可以看出,随着 μ_r 的增大,剪切带宽度逐渐减小,剪切带倾角逐渐增大。

表9 μ_r 对剪切带特征影响

Table 9 Effects of μ_r on properties of shear band

μ_r	w/mm	$\theta/(^\circ)$	剪切带形态
0.2	2.52	58	单一型
0.5	2.14	59	单一型
1.0	2.11	63	单一型

4.4 剪胀角对剪切带倾角的影响

经典土力学中将三轴试验中土体的破裂面(剪切带)倾角与试样的内摩擦角建立联系,为 $\theta = \pi/4 + \varphi/2$,其中 θ 为破裂面(剪切带)倾角, φ 为试样内摩擦角;后有部分学者基于滑移线场理论,假定剪破面重合于无拉伸面,利用主应变增量莫尔圆,指出砂土中土体的破裂面倾角与试样的最大剪胀角有关。提取本次模拟计算中所有算例的破裂面(剪切带)倾角与各个工况下相对应的剪胀角,得到如图18所示的关系曲线。

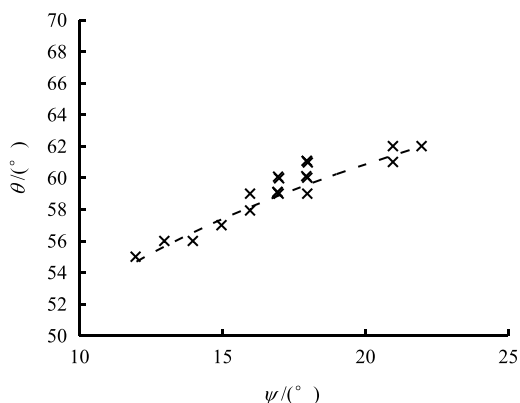


图18 剪切带倾角与剪胀角关系

Fig.18 Relationship between inclination angle of shear band and dilation angle

由图18可见,破裂面(剪切带)倾角随着最大剪胀角的增大而不断增大,拟合得到土体破裂面(剪

切带)倾角与最大剪胀角的关系如下:

$$\theta = 12.04 \ln \psi_{\max} + 24.78 \quad (14)$$

综上所述,不同细观参数的变化会对试样剪切带的形态有一定影响。摩擦系数会对剪切带的形态有较大影响,随着摩擦系数的增大,试样由摩擦系数为0.1时不明显的剪切带过渡到在摩擦系数为0.5时形成一条剪切带,在摩擦系数为1时形成一条交叉的倒V型剪切带;随着抗转动系数的增大,试样的剪切带宽度逐渐减小,倾角也逐渐减小;随着等效模量的增大,试样剪切带的宽度逐渐增大,倾角逐渐减小,但影响有限;试验的破裂面倾角受到土体内摩擦角和剪胀角的共同影响。

5 快速标定方法与室内三轴试验验证

5.1 快速标定方法

前述分析给出了一般情况下试样宏观参数与微观参数的关系,为了实现根据宏观性质快速得到微观参数的目标,可采用以下步骤进行快速标定:

(1) 前述研究表明颗粒间刚度比对于试样的宏观参数 E_{50} 影响相比于 E^* 较小,因此可先假定颗粒间刚度比为1.0,并将室内三轴试验结果得到的 E_{50} 代入式(12),算出细观参数 E^* 。

(2) 根据室内三轴试验3个围压下的应力-应变曲线可以得到 φ_{crit} ,将其代入式(9),得到细观参数 μ_r 的初始值。

(3) 根据室内三轴试验三个围压下的应力-应变曲线可以得到 $\varphi_{\max}$,将其与 μ_r 代入式(13),可求得细观参数 μ 的初始值。

(4) 采用(1)~(3)步中的各微观参数初始值计算得到应力-应变曲线,再按照流程图16中的步骤进行参数微调,直至计算得到的应力-应变曲线与试验曲线吻合为止。

5.2 室内三轴试验验证

三轴试验土样饱和重度为 19.7 kN/m^3 ,密实度为0.56,室内试验结果如图19所示。根据上述快速标定方法,通过多次试算标定出与宏观参数相对应的细观参数,见表10。

模拟所得应力-应变曲线和三轴试验结果对比如图19所示。

由图19可知,采用前述快速标定方法与表10中的细观参数可以较好好地反映真实砂土的应力-应变特性。

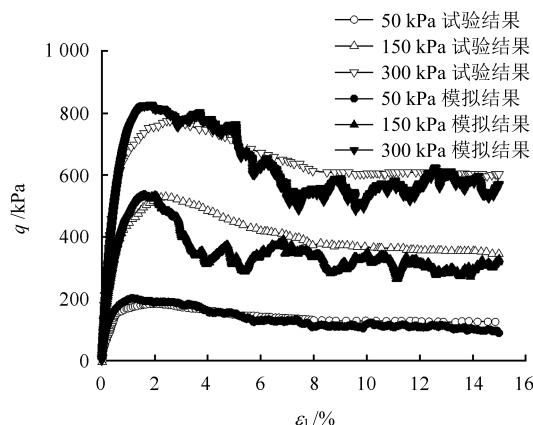


图 19 砂土应力-应变曲线

Fig.19 Deviatoric stress vs. strain curves

表 10 快速标定参数

Table 10 Fast calibration of parameters

$E^*/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	n	μ_r	μ	κ^*
3.0×10^8	0.1	0.8	0.38	1.0

6 结 论

本文研究了离散元中抗转动线性接触模型的细观参数与宏观力学特性的关系,得出以下结论:

(1) 采用抗转线性接触模型对室内密实砂土的三轴试验进行了离散元模拟,结果表明,模拟可以实现对室内密实砂土剪胀特性的有效模拟。

(2) 影响试样峰值内摩擦角的细观参数是颗粒之间的摩擦系数、刚度比以及抗转系数,其中摩擦系数的影响最为显著;影响试样残余摩擦角的细观参数只有抗转动系数;影响试样 E_{50} 的细观参数为有效弹性模量和刚度比;对试样最大剪胀角影响最大的是颗粒间的摩擦系数。通过研究建立了抗转线性接触模型中考虑各因素耦合作用的宏-细观参数量化关系并给出了对于抗转模型标定的流程图。

(3) 细观参数会对试样剪切带的形态产生影响。其中摩擦系数对剪切带形态影响较大,摩擦系数、抗转系数、等效模量均会影响剪切带的宽度与倾角。提出了考虑剪胀角影响的剪切带倾角经验公式。

(4) 提出了快速标定细观参数的方法,采用抗转线性接触模型对室内密实砂土的三轴试验进行了离散元模拟,结果表明,快速标定方法可以实现对室内密实砂土应力-应变关系模拟。

参 考 文 献

[1] CUNDALL P A. A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems[C]//Proceeding of the Symposium of the International Society for Rock Mechanics. Nancy, France:

[s. n.], 1971.

[2] 申志福, 蒋明镜. 离散元微观参数对砂土宏观参数的影响[J]. 西北地震学报, 2011, 33(增刊): 160-165.

SHEN Zhi-fu, JIANG Ming-jing. Influence of the Micro Parameters of Discrete Element on the Macro Parameters of Sands[J]. *Northeastern Seismological Journal*, 2011, 33(Suppl.): 160-165.

[3] 颜敬, 曾亚武. 无黏结材料颗粒流模型的宏细观 0.00 参数关系研究[J]. 长江科学院院报, 2012, 29(5): 45-50.

YAN Jing, ZENG Ya-wu. Relationship between macroscopic and mesoscopic parameters in particle flow model of unbonded material[J]. *Journal of Yangtze River Scientific Research Institute*, 2012, 29(5): 45-50.

[4] 徐小敏, 凌道盛. 基于线性接触模型的颗粒材料细-宏观弹性常数相关关系研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(7): 991-998.

XU Xiao-min, LING Dao-sheng. Correlation of microscopic and macroscopic elastic constants of granular materials based on linear contact model[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2010, 32(7): 991-998.

[5] 阿比尔的. 平行黏结模型宏细观力学参数相关性研究[J]. 岩土力学, 2018, 39(4): 1289-1300.

ABI ERDI. Relationship between particle micro and macro mechanical parameters of parallel-bond model[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2018, 39(4): 1289-1300.

[6] 詹永祥, 姚海林, 张静波. 黏性粗粒土颗粒宏细观力学参数相关性研究[J]. 铁道工程学报, 2016(11): 12-16.

ZHAN Yong-xiang, YAO Hai-lin, ZHANG Jing-bo. Research on the relationship between mesoscopic and macroscopic mechanical parameters of cohesive coarse grained soil[J]. *Journal of Railway Engineering Society*, 2016(11): 12-16.

[7] 周博, 汪华斌. 黏性材料细观与宏观力学参数相关性研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(10): 3171-3177.

ZHOU Bo, WANG Hua-bin. Analysis of relationship between particle mesoscopic and macroscopic mechanical parameters of cohesive materials[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2012, 33(10): 3171-3177.

[8] 崔蓬勃, 等. 非饱和砂土隧道土拱效应模型试验及颗粒流数值模拟研究[J]. 岩土力学, 2021, 42(12): 3451-3456.

CUI Peng-bo. Model test and particle flow numerical simulation of soil arch effect for unsaturated sandy soil tunnel[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2021, 42(12): 3451-3456.